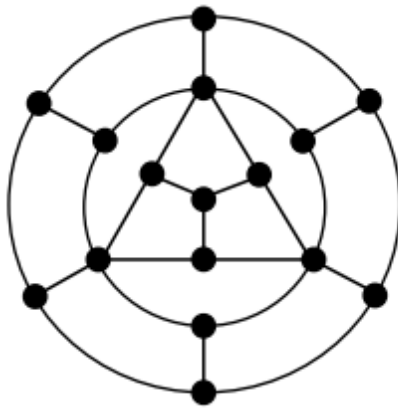


ハミルトングラフか否か？



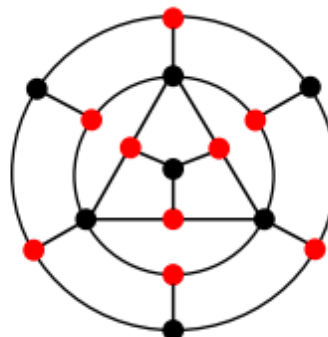
ハミルトングラフか否か？

以下のように頂点を赤黒で塗る

- 赤同士の頂点は辺でつながっていない
- 黒同士の頂点は辺でつながっていない

グラフが連結であれば、このような塗り方が可能なとき、その塗り方はユニークに決まる。

このようなグラフを2部グラフという。



ハミルトングラフか否か?

定理:2部グラフがハミルトングラフとなるための必要条件は,その頂点の2分割の大きさが等しいことである

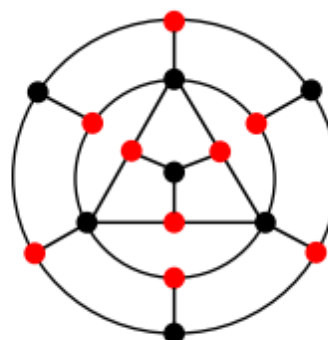
証明:2部グラフがハミルトングラフだと仮定すると,すべての頂点を1度だけ通る単純閉路 C が存在する.このとき, C の頂点は順番に

赤1→黒1→赤2→...→赤 k →黒 k →赤1

となるはずなので,赤と黒の頂点は

同数である必要がある □

右のグラフは赤の個数=9,黒の個数=7
なので,ハミルトングラフではない.



オイラーグラフか 一筆書きグラフか否か?

グラフがオイラーグラフ(一筆書きグラフ)であるための必要十分条件は連結で奇数の次数を持つ頂点数が0個(0または2個)のときである.

右のグラフは,赤い頂点が奇数の次数をもち,

4つ存在するので,オイラーグラフでも

一筆書きグラフでもない

